МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ САУ САМОЛЕТАМИ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ **ВОЗДЕЙСТВИЯХ И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ.**

Задачи, решаемые при разработке современных САУ самолетами, необходимость применения методов статистического анализа.

Современные САУ представляют собою, по-существу, комплексные системы автоматического управления самолетами, состоящие из нескольких систем (автоматов), обеспечивающих в совокупности автоматизацию управления самолетом практически на всех режимах его полета от взлета до посадки в ручном (обеспечение требуемых характеристик управляемости самолета), автоматическом и директорном режимах работы САУ.

В техническом задании на разработку современной САУ формулируются требования к точности стабилизации определенных параметров (например, углов тангажа, крена и курса, высоты полета и т.д.) при полете в определенных внешних условиях (имеется в виду состяние атмосферы). Как правило, это требование сформулировано так, что точность следуетопределять относительно показаний датчиков соответствующей информации. Поскольку состояниеатмосферы, определяющее в~дЗнном случае внеишеё~~возмущение на самолет, характеризуется ее турбулентностью (см. ниже), которая в свою очередь ' l представляет собою случайный процесс^, (ее характерстики будут подробно ' рассмотрены в соответствующем разделе), то и расчет точности системы ) выполняется методами статистического анализа.

^ Таким образом, первой группой задач, решение которых требует

применения методов статистического анализа, являются задачи расчета точности стабилизации с помощью САУ определенных параметров полета | самолета. Заметим, что расчет т.н. абсолютной точности стабилизации (с учетом ошибок измерителей в том числе и т.н. шумов датчиков), как будет показано ниже, принципиальных трудностей не представляет.

Существует ряд задач автоматического управления, разработка алгоритмов для решения которых принципиально требует использования в качестве внешних воздействий случайных процессов и применения методов • статистического анализа|~Одной из таких задач является разработка алгоритма автоматического (и директорного ) захода самолета на посадку (напомним, что под термином “заход на посадку” имеется в виду движение самолета вдоль глиссады планирования до высоты принятия решения, равной, например, Нпр=30м для операций по категории 21C АО) и его автоматической посадки(операции по категории 3 ICAO). Дело здесь осложняется еще тем, что в качестве наземных источиков информации для обеспечения режима захода на посадку применяются системы типа ILS или MLS, выдающие информацию в полярной системе осей координат. В системах стабилизации самолета на глиссаде снижения (в вертикальной плоскости ) и заданной линии пути (ЗЛП) - в горизонтальной плоскости используется инфорация в виде углового отклонения от глиссады (или ЗЛП) - ег и sK - см.рис.1.

Известно, что в данном случае имеет место т.н. система с полюсом, коэффициент усиления в прямой цепи которой по мере приближения к полюсу неограниченно растет, и в результате имеем дело со структурно неустойчивой системой, причем в рассматриваемом случае “избавиться” от структурной неустойчивости удается лишь путем отказа от угломерного характера исходной информации (например, путем перехода на использование линейноного, а не

углового, отклонения от глиссады планирования или ЗЛП). Однако, как показывает опыт разработки и эксплоатации подобных систем, в отказе от угломерной информации нет необходимости (более того, использование угломерной инфорации обладает некоторыми преимуществами). Расчет систем, не обладающих абсолютной устойчивостью, достаточно затруднителен и, как правило, сводится либо к расчету систем с переменными по времени параметрами, либо с использованием метода “замороженных точек”; оба этих подхода дают лишь решения первого приближения. Однако, в технических заданиях на системы захода самолета на посадку оговариваются требуемые уровни точности в виде требований к предельным значениям отклонений от глиссады планиования и ЗЛП. В соответствии с нормами ICAO (Россия является членом этой организации и поэтому нормы ICAO для России являются обязательными) эти требования приняты несколько различными для разных государств (ICAO не всегда категорична в смысле формулировки требований ); в России приняты требования, сформулированные ARINC [1] следующим образом (они во многом совпадают с нормами, принятыми в США):

* с высоты 200м и до высоты принятия решения (для систем 2-й категории она равна 30м) самолет должен следовать по лучу курсового маяка с точностью ±20мка с вероятностью 95%,
* в том же диапазоне высот самолет должен следовать по лучу глиссадного маяка с точностью ±35мка или 3.6м с вероятностью 95%, причем достаточно выполнения хотя бы одного из указанных ограничений,-
* указанные требования должны выполняться при следуюих условиях:

а) состояние атмосферы: скорость сообщенного ветра (см. ниже) лежит в пределах 5м/с (попутный ветер)...-13м/с (встречный ветер), модель ветра принята в виде, приведенном в [1],

б)характеристики маяков должны соответствовать ГОСТ [2] (здесь имеются в виду разброс крутизн маяков, искривления их равносигнальных зон, точность и др.).

Поскольку в требованиях на системы захода на посадку заложены ограничения на определенные параметры и рассматриваемые системы не

обладают абсолютной устойчивостью, разумно при их исследовании и проектировании воспользоваться понятием техничской устойчвости в следующей формулировке:

ПОД ТЕХНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ СИСТЕМЫ ПОНИМАЕТСЯ ЕЕ СПОСОБНОСТЬ СОХРАНЯТЬ ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАННЫХ ПРЕДЕЛАХ В ТЕЧЕНИЕ ЗАДАННОГО ОТРЕЗКА ВРЕМЕНИ.

Из определения следует, что, по-существу. расчет технической устойчивости системы близок к расчету точности ее работы при определенных, перечисленных выше, условиях. А поскольку эти условия носят случайный характер, то и исследование систем захода самолета на посадку следует выполнять методами статистического анализа.

Другим примером, требующим применения методов статистического анализа, является разработка алгоритмов стабилизации и управления полетом ^ самолета на малой высоте с огибанием рельефа местности. Дело здесь в том, что рельеф местности, над которой должен пролететь самолет, в общем случае является случайной функцией расстояния (только в частном случае, когда маршрут полета строго определен и известны начальная и конечная точки маршрута можно заранее построить рельеф местности, над которым самолет пролетит, однако, такая ситуация может иметь место только в процессе эксплоатации системы и не является расчетной). Кроме того, полет за редким исключением проходит в условиях неспокойной атмосферы (на малых высотах атмосфера практически не бывает спокойной), что еще усложняет задачу.

Третий пример, требующий применения статистических методов исследования, связан с разработкой средств обеспечения безопасности автоматического полета самолета. В данном случае речь идет о разработке алгоритмов и технических средств, обеспечивающих обнаружение возможных отказов элементов САУ и исключение опасной реакции самолета на эти отказы. I Отказ элементов САУ есть событде, происходящее в случайный момент времени, и реакция на него самолета неоднозначна и определется в том числе условиями полета самолета в данный момент (возможной реакцией его на другое возмущение, имеющее, как правило, случайный характер). Кроме того, в процессе проектирования средств и алгоритмов обеспечения безопасности полета, имеющих определенные технические характеристики (например, пороги срабатывания), необходимо определять вероятность т.н. ложного срабатывания средств контроля ( отключения исправной САУ). Наконец, критерий уровня безопасности полета формулируется в виде допустимой вероятности летного происшествия. Все это говорит за необходимость применения и в данном случае методов статистического анализа.

Случайные процессы и их статистические Характеристики, физическая сущность этих характеристик.

Случайной называется функция, параметры которой являютя случай­ными функциями аргумента, т.е. такими функциями, характер и вид которых заранее неизвестен, но вся свокупность реализаций которых подчиняется определенным законам; если в качестве аргумента выступает время, то такая случайная функция называется случайным процессом. Под реализацией случайного процесса ( функции) понимается НЕСЛУЧАЙНАЯ функция того же аргумента, вид которой случайная функция принимает в конкретном опыте. В

задачах, связанных с исследованием САУ, в качестве аргумента всегда выступает время, поэтому, если не оговорено особо, при исследовании систем автоматического регулирования будем меть дело со случайными процессами. При статистическом анализе рассматривается, как правило, вся имеющаяся в , распоряжении исследователя совокупность реализаций случайого процесса. | Очевидно, что, если зафиксировать значение аргумента ( время), то в этом случае будем иметь при каждом фиксированном значении времени дело с определенным объемом случайных величин, что существенно облегчает процесс обработки результатов расчета или эксперимента. Рассматривая некоторое количество сечений при фиксированных значениях времени t некоторого объема реализаций случайной ФУНКЦИИ можно для каждого из сечений определить характеристики случайной ВЕЛИЧИНЫ, соответствующей данному сечению - ее математическое ожидание и дисперсию ( или с.к.о.); таким образом, лучайную функцию можно в данном случае рассматривать, как систему лучйных величин. Увеличивая количество сечений до бесконечности, получим, о-существу, характеристику случайной функции в виде функции времени Математических ожиданиий и дисперсий ее сечений.Очевидно, что в каждом сечении можно определить закон распределения случайной величины в данном сечении. Однако, такие характеристики не дают связи между параметрами ~сЛучайной функции в различных ее сечениях, т.е., имея дисперсию и закон распределения случайннной величины в одном сечении, ничего нельзя сказать о том, какими будут эти параметры в другом сечении; поэтому они, несмотря на их очевидную важность для характеристики случайной функции, не могут быть полными. Теоретически для этой цели можно было бы использовать многомерный закон распределения системы случайных величин (в пределе размерность этого закона распределения стремится, очевидно, к бесконечности, или, точнее говоря, представляет собою несчетное множество), но такое решение, очевидно, не имеет практического смысла.

Хорошей характеристикой, лишенной указанного недостатка, является КОРРЕЛЯЦИОННАЯ (или АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ) ФУНКЦИЯ случайной функции. Она достаточно просто получается из корреляционного момента для случайных величин, взятых в двух произвольных сечениях случайной функции t и ti, и, поскольку для двух слуайных величин корреляционный момент будет равен математическому ожиданию произведения этих величин, то для случайной функции x(t) он превратится в функцию двух аргументов t и ti:

I

Kx(t,ti)=M[X(t)x X(ti>],

TOe:X(t) и X(ti) - центрированные случайные величины, соответ­ствующие сечениям случайной функции в моменты времени t и ti.

Нетрудно видеть, что при фиксированном значении момента времени t (при этом t=ti) корреляционная функция превращается в ее дисперсию; действительно:

Kx(t,t)=M[X(t)x X(t)]=Dx(t), которая, естественно, также является функцией аргумента t. Отсюда очевидно, что необходимость в использовании дисперсии в качестве одной из характеристик случайной функции отпадает, и случайная функция полностью характеризуется ее математическим ожиданием и корреляционной функцией.

ПРИМЕЧАНИЕ: Следует

напомнить, что подобно коэффициенту корреляции для

S(w)

случайных

величин,

функция

корреляционная

определяет вероятностную связь между значениями случайной функции в различные моменты

k> времени, и притом - ТОЛЬКО ЛИНЕЙНУЮ.

/ Для часто имеющего на практике случая стационарной случайной

функции, т.е. для такой, статистические характеристики которой с течением времени (естественно, на ограниченном физическими соображениями его отрезке) неизменны, корреляционная функция перестает зависеть от момента начала отсчета и определяется только разностью x=ti-t, т.е. является функцией ОДНОГО аргумента, что существенно упрощает операции с параметрами стационарных случайных функций. Вообще говоря, зависимость корреляционной функции только от одного арумента и является определяющим для стационарной функции; требование постоянства по времени математического ожидания случайной функции не имеет практического значения, поскольку всегда можно перейти к центрированной функции и рассматривать ее, как стационарную при переменном математическом ожидании.

Для корреляционной функции стационарной случайной функции имеет место следующее соотношение:

Kx(0)=Dx.

Аналогично тому, как любая функция, в частном случае, времени может быть разложена в ряд Фурье и тем самым может быть получен т.н. спктральный состав (или спектр) этой функции, представляющий собою распределение амплитуд колебаний по частоте, может быть получен спектр и для случайной функции, только в этом случае амплитуды колебаний будут иметь случайный характер с каким-то законом их распределения. Интерес представляет весь диапазон частот (т.е. от нуля до бесконечности). Практическое применение нашли т.н. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПЛОТНОСТИ, представляющие собою кривые плотности распределения дисперсий амплитуд в функции частоты, пример которой приведен на рис.2. (В определенном смысле эти кривые напоминают собою кривые плотности распределения вероятности для случайной величины). Поскольку по оси ординат на указанной кривой размещена плотность распределения дисперсий амплитуд, то, очевидно, площадь под кривой будет представлять собою диспер-сию случайной функции; приведенный на рис.2 спектр называется непрерывным.

Спектральная плотность и корреляционная функция стационарного случайного процесса (напомним, что случайным процессом называется случайная функция времени) связаны между собою через косинус- преобразование Фурье (корреляционная функция - четная):

Т

Г

Sx(cok)=2/7il Кх(т )Cos(cok т )dx -спектральная плотность и

J

О

00

Кх(т )= S Sx(cok)Cos(cokx )dAco -корреляционная функция.

к=о

Эти характеристики широко применяются в процессе статистических исследований систем автоматического упрвления.

1. Понятие о методах исследования САУ при случайных воздействиях,границы их применимости.

В настоящее время в практике исследования САУ достаточно широко применяются два метода исследования САУ при слчайных воздействиях: расчетный метод,

метод статистического моделирования (в основном - математи­ческого).

Расчетный метод вкратце заключается в следующем:

1. Для рассматриваемой системы автоматического управле­ния выводится передаточная функция замкнутой системы так, чтобы входом ее служило воздействие, реакция на которое интересует, а выходом - параметр, статистические характеристики которого необходимо определить. Очевидно, что таких передаточных функций должно быть выведено столько, по скольким параметрам определяются статистические характеристики для каждого из воздействий.

2.0пределяется квадрат модуля для каждой из передаточных функций, выведенных в п.1.

3.Определяется спектральная плотность выходного параметра по соотношению:

Sbhx( О))—|Ф(с0)|~8возд(с0 ),

где: SBbix(oo) и 8ВОзд(со) - спектральные плотности выходного параметра и

воздйствия соответственно,

Ф(со) - передаточная функция замкнутой системы,

со - частота [1/с].

1. По полученной спектральной плотности выходного параметра определяется его дисперсия, равная площади под кривой этой спектральной плотности.
2. Если математическое ожидание входного воздействия не равно нулю, то отдельно любым методом определяется математическое ожидание выходного параметра.
3. В случае, если исследуются статистические характеристики по какому-то параметру при нескольких случайных воздйствиях, то их результирующее влияние будет определяться, как линейная комбинация из статистических характеристик на каждое из воздействий, т.е. в этом случае следует сложить их математические ожидания и дисперсии (в определенном смысле это сродни принципу суперпозиции для линейных систем).

Следует отметить, что при выполнении приведенных выше операций удобно воспользоваться методом логарифмических частотных характеристик, что существенно упрощает вычислительный процесс; очевидно, что при этом кривые спектральных плотностей входной и выходной величин также должны быть представлены в логарфмическом масштабе по оси абсцисс и выражены в децибеллах по оси ординат (или преобрзованы к этому виду). Для получения дисперсии выходной величины полученная в результате ее спектральная плотность должна быть преобразована к натуральному масштабу.

Применение расчетного метода удобно для исследования линейных стационарных систем автоматического управления при стационарном случайном воздействии. Наличие нелинейностей различного рода в системе существенно усложняет расчет, который, по-существу, сводится к линеаризации системы, что возможно не всегда (напрмер, если существенно нелинейным является объект управления); здесь следует иметь в виду, что наличие в системе автоматического управления несимметричного нелинейного звена при некотором уровне воздействия может привести к “выделению” на выходе системы не равного нулю математического ожидания выходной величины при нулевом математическом ожидании воздействия. Для нестационарных систем автоматического управления, а также и для сложных систем со многими нелинейными звеньями в их составе, расчетный метод применить не удается.

. Метод статистического моделирования заключается в следующем:

* разрабатывается математическая модель исследуемой системы,
* на соответствующие входы этой математической модели подаются случайные воздействия с соответствующими спектральными плотностями,
* выполняется моделирование системы при этих воздействиях (их теоретически может быть любое количество ); при этом следует иметь в виду, что, если рассматриваемая система обладает свойством эргодичности (т.е. математические ожидания ее выходных параметров, полученные из множества реализаций переходного процеса, равны математическим ожиданиям, полученым из одной достаточно протяженной по времени реализации; таким свойством могут обладать только СТАЦИОНАРНЫЕ СИСТЕМЫ), то при моделировании можно обойтись одной достаточно “длинной” реализацией, причем, какую протяженность реализации переходного процесса можно в конкретном случае считать достаточной, определяется опытным путем; если же система таким свойством не обладает, то при выполнении моделирования “набирается” некоторое количество реализаций, достаточное для определения статистических характеристик выходных параметров с требуемой достоверностью, в свою очередь определяющейся доверительными вероятностями и интервалами,

выполняется обработка полученных результатов с целью определения требуемых статистических характеристик выходных парметров системы.

Рассмотрим несколько подробнее приведенные выше процедуры

Разработка математической модели системы ничем не отличается от такой же процедуры для ее моделирования при неслучайных воздействиях, поэтому этот вопрос обсуждать не будем.

Для формирования случайного воздействия с требуемой спектральной плотностью необходимо создание соответствующих генераторов случайного процесса. Для этой цели широко используется т.н. генератор “белого” шума, из которого с помощью формирующих фильтров создаются случайные процессы, обладающие заданной спектральной плотностью. Такие генераторы разра­ботаны в виде устройств, формирующих выходное напряжение, например, обладающее характеристиками “белого” шума, или в виде программ для ЭВМ, генерирующих последовательность случайных чисел со спектральной плот­ностью, которую в определенных пределах можно считать соответствующей “белому” шуму.

Под белым шумом понимается случайный процесс, спектральная плотность для которого равна единице во всем диапазоне частот - от нуля до бесконечности. Очевидно, что дисперсия белого шума равна бесконечности, и, следовательно, для созания “белого” шума потребуется генератор бесконечной мощности, что, естественно, физически неосуществимо. Поэтому, строго говоря, понятие белого шума представляет собою математическую абстракцию. Однако, все подлежащие исследованию системы автоматического управления работают в ограниченном, и в нашем случае сравнительно узком, диапазоне частот, как правило, существенно более узком, чем обеспечиваемый гене­ратором “белого” шума. Поэтому для практических целей существующие генераторы “белого” шума дают вполне приемлемые результаты. Отсюда, кстати, следует, что уже по этой причине при статистическом моделировании принципиально могут быть получены лишь приближенные результаты.

Формирующий фильтр для получения сигнала с требуемым видом спектральной плотности при наличии на его входе сигнала “белого” шума имеет структуру, которая получается расчетным путем (см.выше) по соотношению:

^^форм(© ) — V **Sb03A (СО** )/Sr6m(co) = VS возд (ю),

где: \¥форм(со ) - передаточная функция формирующего фильтра,

8возд(со ) - спектрльная плотность воздействия,

Sr6m(co)=l - спектральная плотность сигнала генератора “белого” шума (ГБШ).

ПРИМЕЧАНИЕ: При практических расчетах при определении передаточной функции формирующего фильтра удобно иметь спектральную плотность желаемого случайного процесса в логарифмическом масштабе - это существенно облегчает процесс определения передаточной функции формирующего фильтра.

При выполнении статистического моделирования необходимо получить определенное количество реализаций сучайного процесса по всем интересующим координатам системы управления, статистическая обработка которых даст ответ о качестве исследуемой системы управления. Обобщенная

структурная схема системы для ее моделирования имеет вид, приведенный на рис.З.

В процессе моделирования необходимо определить количество реализаций случайного процесса, достаточное для оценки результатов с тре-

буемой достоверностью, каковая в свою очередь определяется доверительными интервалом и вероятностью. Напомним, что под доверительной вероятностью

для величины “а” понимается:

Р(а’- £ < а <а’+е ) - Р,

где: а’ - оценка величины “а” , полученная из эксперимента,

2е - доверительный интервал, р - доверительная вероятность.

Таким образом, доверительная вероятность представляет собою, по- существу, вероятность того, что истинное значение величины “а” лежит в интервале а ±б .

При оценке результатов моделирования приходится, как правило, иметь дело с математическими ожиданиями и дисперсиями (или СКО) интересующих параметров, каковые, естественно, являются случайными величинами. По опыту исследования систем управления во многих случаях имеет место нормальный закон распределения интересующих параметров. При нормальном законе распределения для МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ искомой величины имеют место соотношения (см., например, [3]):

s=cm’xtp и am’ = V D’/n,

где: m’ - оценка математического ожидания, а сгш - ее СКО,

D - дисперсия интресующей величины, а D’ - ее оценка, п - число реализаций,

tp - табулированный параметр; для часто встречающегося значения доверительной вероятности =0.9, например, t =1.643.

Откуда нетрудно получить потребное число реализаций при заданных доверительных интервале и вероятности:

n=D’/[( e / tp )2]. w u

Аналогично для CKO ДИСПЕРСИИ в [3] предлагается следующее приближенное выражение:

ctD=D’ **хл/2/(п-1),**

из которого нетрудно получить потребное число реализаций для определения оценки дисперсии с требуемой достоверностью в виде:

n=2/[e /(t xD)] 2+1.

Из двух полученных выше величин п либо выбирается большее, либо принимается то из них, которое определяется по параметру (математическому ожиданию или дисперсии), который представляет наибольший интерес.

ПРИМЕЧАНИЕ: Следует подчеркнуть, что приведенные выше выражения для оценки достоверности полученных статистических характеристик исследуемой системы являются ПРИБЛИЖЕННЫМИ и выведены для НОРМАЛЬНОГО закона распределения интересующей величины; однако в [3] рекомендуется использовать их и при других законах распределения.

Принципиально возможно определить потребное число реализаций экспериментально. Для этого набирается некоторое число реализаций с непрерывной оценкой статистических характеристик интересующей величины (имеются в виду математические ожидания, дисперсии и т.д.); процесс останавливается тогда, когда оценки этих характеристик “стабилизируются”, т.е. их разброс начинает укладываться в доверительный интервал, в результате чего и получается потребное число реализаций. На практике нередко именно так и постуают. Как правило, потребное число реализаций для доверительной вероятности, равной 0.9 и доверительного интервала, равного ±20% ( величины, как правило, удовлетворяющие заказчика), составляет несколько десятков

Обработка полученных результатов статистического моделирования выполняется на основании следующих соображений.

Если в результате статистического моделирования получено п реализаций случайного процесса по каждой из интересующих координат движения исследуемой системы, то путем соответствующей обработки этих реализаций можно получить математическое ожидание процесса в функции времени и его корреляционную функцию, которые, как было сказано выше, полностью характеризуют процесс. Однако, если математическое ожидание довольно легко интерпретируется и исследователем, и заказчиком, то этого I нельзя сказать о корреляционной функции, интерпретация которой в силу ее '“ненаглядности” крайне затруднительна, и тем более практически не удается задать требования к ее виду в техническом задании на систему. Видимо, именно поэтому в ТЗ на системы автоматического управления в разделах требований к точности системы задаются либо СКО определенных параметров, либо пределы их изменения с заданной вероятностью, т.е., по-существу, критерии, характеризующие случайные ВЕЛИЧИНЫ, а не случайные ПРОЦЕССЫ.

ПРИМЕЧАНИЕ: Требование в виде ограничения предельного

отклонения с заданной вероятностью является более всеобъемлющим, поскольку содержит в себе требования как к СКО, так и к математическому ожиданию. Однако, применение этого критерия требует существенно большего объема статистического материала (см. ниже). Поскольку за редким исключением внешние воздействия имеют нулевое математическое ожидание, а исследуемые системы симметричны, то на практике, как правило, применяется критерий СКО.

Таким образом, оценка полученных при статистическом моделировании результатов сводится к оценке статистических характеристик случайных величин.При этом, если имеем дело с нестационарной системой, то в 1 определенном сечении реализаций случайного процесса (т.е. при фикси­рованном значении времени или другого парметра, оговоренном с заказчиком) определяется статистический ряд, обработка которого и дает искомые оценки. Если же система удовлетворяет условиям эргодичности, то статистический ряд получается, как результат N сечений одной достаточно протяженной реализации с равноотстоящими моментами времени.

\J К статистическим оценкам предъявляются следующие требования:

/7^ -они должны быть состоятельными, т.е. при неограниченном увели-

' чении числа реализаций (или ее протяженности ) оценка должна стремиться к ее

истинному значению,

-они должны быть несмещенными, т.е. математическое ожидание \ оценки должно быть равно ее истинной величине (это означает требование

\ отсутствия систематической ошибки при получении оценки), ^

1. \ -они должны быть эффективными, т.е. дисперсия оцеки должна быть |

\\ минимальной. \*

Этим требованиям удовлетворяют: для математического ожидания п

2 Xi/ У [ <?

для дисперсии п

D= Z (Xi-m’) 2/(n-l) i=l

(строго говоря, они требованиям удовлетворяют для нормального закона распределения, причем, последняя - асимптотически эффективная, т.е. эффективная при неограниченном увеличении числа п).

Эти формулы и применяются при практических оценках статистических характеристик исследуемых систем.

В заключение раздела сделаем несколько важных замечаний.

1. В отличие от расчетного метода исследования систем при случайных воздействиях метод статистического моделирования практически не имеет ограничений, т.е. этим методом можно исследовать как стационарые, так и

нестационарные системы практически при любом числе внешних воздействий, задаваемых в систему одноврменно, включая и случайный разброс параметров самой исследуемой системы. Такие возможности (хотя часть из них принципиально возможно получить и расчетным путем, что требует неоправданно громоздких расчетов), сокращающие, и часто - значительно, потребное для проведения исследования время, показывают существенные преимущества метода статистического моделирования по сравнению с расчетным и объясняют его преимущественное распространение.

2.Как можно заметить, в предыдущих рассуждениях не упоминалось об исследовании законов распределения выходных величин исследуемой системы. Это объясняется, повидимому, тем, что закон распределения сам по себе дает сравнительно малую информацию о характеристиках системы по сравнению с математическим ожиданием и дисперсией, а определение закона распределения часто связано со значительными затруднениями (критерии согласия дают весьма приближенный и часто неоднозначный результат). Из этого рассуждения и опыта исследования систем со случайными воздействиями можно сделать/j следующее обобщение:

ИСКУССТВО ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ СОСТОИТ ВК СВЕДЕНИИ ИССЛЕДОВАНИЙ К ОЦЕНКЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И УХОДУ ] ОТ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРЕСУЮЩИХ ПАРА4 МЕТРОВ. »(

1. Характеристики ветровых воздйствий,применяемых при иследовании САУ и их статистические модели.

Как правило, самолет с САУ в процессе полета подвержены нес­кольким случайным воздействиям (ветер, шумы внешних для САУ систем и т.д.), но ветровое воздействие, как следует из опыта исследования и проектирования САУ, является наиболее “сильным” и поэтому рассматривается, как основное на многих режимах полета самолета и работы САУ.

Характеристики воздушных потоков в настоящее время довольно серьезно изучены (и их изучение продолжается непрерывно) во многих странах, включая и Россию, и сейчас распростанены модели ветрового воздействия, которые рекомендованы (и даже стандартизированы) для применения при исследовании САУ летательными аппаратами (JIA). Ниже изложим кратко сущность происходящих в атмосфере явлений, связанных с воздушными потоками, и модели ветового воздействияЛ Эти модели заметно различются в зависимости от высоты полета - на мальЗх высотах заметно влияние близости ' земной поверхности (сил трения, в основном), что и сказывается на характере и параметрах модели ветра. В любом случае перемещения воздушных масс (см., например, [4]) можно разбить на две составляющие:

W=Wo+w,

где:\Уо - “постоянная” составляющая,

w - случайная (переменная) составляющая, называемая турбулен­тной.

Выше уже говорилось, что для центрированных случайных величин, определяющих случайные процессы, изменение математического ожидания в функции времени можно рассматривать отдельно, и поэтому далее будем иметь дело только с турбулентной составляющей.

Турбулентная составляющая воздушного потока считается ОДНОРОДНОЙ, т.е., считается, что ее статистические харктеристики одинаковы для всех точек поля скоростей воздушного потока и АНИЗОТРОПНОЙ, что значает, что ее статистические характеристики зависят от направления, в котором рассматривается корреляционная связь между параметрами движения воздуха в различных точках поля скоростей. В результате обработки многочисленных экспериментов получены следующие корреляционные функции для продольной (точнее, тангенциальной) и нормальной составляющих турбулентности воздушного потока в виде:

Rt(r) =а w2 xexp(-|r|/Lt) и ^

Rn(r) = gw2x [l-|r|/2Ln]x exp(-|r|/Ln),

Где :r - прострнственная координата,

Lt,n - масштабы турбулентности.

Процессы, имеющие место в атмосфере, развиваются в пространстве и времени; однако, при исследовании систем управления, как правило, принимается состояние атмосферы стационарным, и тогда в корреляционных функциях удобно в качестве аргумента использовать линейный параметр, в нашем случае - пространственную координату г. Это дает возможность изучать характеристики воздушного потока, как самостоятельного явления.

^Масштаб турбулентности по своей физической сущности представляет собою расстояние вдоль направления, по которому исследуется корреляционная связь внутри воздушного потока, за пределами которого корреляционной связью можно пренебречь. Масштабы турбулентности вдоль направления поле­та (Lt) и поперек (Ln) различаются примерно вдвое (Lt>Ln). Для сравнительно больших высот полета, как правило, превышающих 300м, принимается:

Lt=600....2000м.

При исследовании систем управления при случайных воздействиях, как уже говорилось выше, удобно воспользоваться спектральными плотностями, которые в данном случае имеют вид:

00

)=2/ 71 J]

S(Q)=2/ 7i J R (г) xCosQ rdr,

0

одй^аковый для тангенциальной и нормальной состаляющих турбулентности.

В последнем выражении:

Q.=2n IX [1/м] - пространственная частота,

А,[м] - длина волны.

Отсюда для тангенциальной и нормальной составляющих нетрудно получить:

St(Q )= crw2x (Lt/тт:) [2/(l+Q 2xLt2)] и CJ) )p GAajUW\*'

Sn(Q )= ow2x (Ln/TT)x (1+3 Q2xLn2)/(l+ Q2Ln2)2.

Заметим, что по именам предложивших их ученых спектр St получил название спектра Драйдена, а Sn - спектра фон-Кармана.

Анализ приведенных спектров показывает, что при увеличении масштаба тубулентности L растет доля спектральной плотности в области низких частот и уменьшается - в области высоких; этот факт следует иметь в виду при определении масштабов турбулентности в процессе проведения исследований.

Подчеркнем еще раз, что полученные выше выражения для спектральных плотностей, строго говоря, справедливы только для одного какого-то момента времени, но используя гипотезу Тэйлора, их можно “заморозить” на все время полета, т.е. считать турбулентность атмосферы процессом стационарным, не относя этого допущения к его математическому ожиданию. Кроме того, при статистических исследованиях за немногим исключением можно полагать размеры JIA малыми по сравнению с длинами волн атмосферной турбулентности и рассматривать его тем самым, как точку, и тогда справедливо: r=Vt,

где: V - воздушная скорость полета JIA, в результате чего в приведенных выше выражениях для спектральных плотностей можно перейти от пространственных координат к временным, положив:

Qr= cot,

откуда:

Q=<a /V и:

St(co )=( CT\v2xLt/TtV)x 2/[l+(LtW2) x©2], Sn(co)=(aw2xLn/7iV)x{l+3x[(LnW2)fo 2]}/[ 1 +(LnW2)co 2]2.

В последних выражениях со [ 1 /с] -круговая частота.

ПРИМЕЧАНИЯМ.В спектральных плотностях St и Sn мгновенные значения скоростей воздушного потока распределены по нормальному закону.

1. На практике все же встречаются задачи, при решении которых не удается пренебречь размерами J1A; этот факт приводит к необходимости довольно значительно усложнять уравнения движения JIA в условиях неспокойной атмосферы. Мы этот вопрос здесь рассматривать не будем.

При полете на малых высотах существенно проявляется влияние близости земной поверхности на статистические характеристики турбу­лентности атмосферы. Особый интерес этот факт представляет при разработке систем автоматической и директорной посадки самолета.На этот случай разработана и принята в качестве стандартной странами-членами ICAO (напомним, что Россия является членом этой организации) специальная модель атмосферы,которая практически в том же виде вошла в проект документа [5],который,видимо,уже принят или будет принят в скором будущем.

Эта модель состоит из двух составляющих: “неслучайной” и тур­булентной и, строго говоря, справедлива в диапазоне высоты полета 0<Н<150м. “Неслучайная” составляющая имеет вид (она всегда горизонтальна!): Wo=(0.431gH+0.57)U,

где: Н[м] - текущая высота полета относительно поверхности земли в данном месте (т.н. геометрическая высота)

U[m/c] - т.н. “сообщенный” ветер, т.е.скорость ветра в данный момент времени на высоте Н=10м (именно на этой высоте скорость ветра замеряется аэродромными средствами).

Как нетрудно видеть из последнего выражения, ’’неслучайная” составляющая уменьшается по мере приближения к поверхности земли по логарифмическому закону.

Вероятность появления данной скорости сообщенного ветра (точнее говоря, вероятность превышения величиной скорости сообшенного ветра данной величины) определяется по рис.4., но скорость сообщенного ветра во всех случаях не должна превышать пределов:

**-13m/c<U<5m/c** для моделирования продольного движения и -8**m/c<U<+8m/c** для моделирования бокового движения.

Таким образом,” еслучайная” составляющая, переменная по высоте (а в конечном итоге и по времени) в данном случая выступает как переменное по времени математическое ожидание воздйствия, и потому должно приниматься во внимание при моделировании системы.

Горизонтальная составляющая турбулентной атмосферы представляет собою центрированный случайный процесс со спектральной плотностью:

Swr(Q )+(2ст\¥2/я: )х Lr/(1+ Q2XLr2), где: awr=(0.15...0.18) U,

Lr=180M=Const - масштаб турбулентности,

Q[1/m] - пространственная частота.

Вертикальная составляющая турбулентной атмосферы имеет такую же спектральную плотность, что и горизонтальная, но для нее: wB=0.09U,

**Lb=0.5Hm** при 9.2м<Н<150м,

Ьв=4.6м Н<9.2**м.**

ПРИМЕЧАНИЕ: В [5] допускается применение модели Драйдена для вертикальной составляющей турбулентности с параметрами: wb=0.77m/c и Lb=9.2m.

Формирующие фильтры для моделирования турбулентной составляющей ветра имеют вид:

* для модели Драйдена ’\¥ф(р)=Кш/( 1+ТЮ р)

Kw=a wV(2LV/7t,

* и для модели фон-Кармана:

Wp)= awV LnV/тг x(l + 1.73Ln/Vp)/(l+Ln/Vp) 2

1. Применение метода статистического моделирования при решении практических задач, формирующие фильтры, анализ результатов.

В качестве примера применения методов статистичческого моделирования рассмотрим задачи оценки качества автоматического управления (соответствие ТЗ на систему) в режиме захода самолета на посадку по сигналам наземных радиосредств (РТС типа ILS, например). Напомним, что в этом режиме система, строго говоря, нестационарна (за счет изменения во времени коэффициента усиления системы, являющегося следствием угломерности выдаваемой РТС посадки, изменения “неслучайной” состав­ляющей ветра по высоте полета и, нередко - за счет изменения скорости полета при заходе на посадку), что практически исключает применение в данном случае расчетного метода; однако, система находится под воздействием

стационарных возмущений, что существенно упрощает применение методов

статистического моделирования. Обобщенная структурная схема системы приведена на рис. 5.

При выполнениис Статистического моделирования выбиратся

определенное число реализаций процесса захода на посадку. При этом на систему подаются внешние воздействия, внутренние помехи и т.д., причем часть из них - как случайные величины, постоянные для данной реализации захода на посадку и изменяющиеся в соответствии с определенными законами распределения от одной реализации к другой (например, передатоные числа АП), другие - как случайные процессы, непрерывно изменяющиеся в процессе выполнения каждой реализации (например, атмосферы). В приведенной структурной схеме:

При выполнениис Статистического моделирования выбиратся

определенное число реализаций процесса захода на посадку. При этом на систему подаются внешние воздействия, внутренние помехи и т.д., причем часть из них - как случайные величины, постоянные для данной реализации захода на посадку и изменяющиеся в соответствии с определенными законами распределения от одной реализации к другой (например, передатоные числа АП), другие - как случайные процессы, непрерывно изменяющиеся в процессе выполнения каждой реализации (например, атмосферы). В приведенной структурной схеме:

1. Бортовой приемник РТС посадки с выходным фильтром имеет следующие характеристики:

-крутизна выходного сигнала мка/град имеет разброс относительно номинального значения с СКО=13%, распределенный по нормальному закону,

-на выходе установлен помехоподавляющий фильтр первого порядка с постоянной времени Тф=0.3...0.5с.

При моделировании учитывается разброс крутизны выходного сигнала, причем в каждой реализации величина этой крутизны считается постоянной. Помеха в выходном сигнале считается эффективно подавленной выходным фильтром, и поэтому, как правило, в расчет не принимается ( на рис.5 показан формирующий фильтр на случай, если понадобится эту помеху учесть).

1. Вычислительное устройство (В.У) формирует закон управления в режиме захода на посадку для автоматического и директорного (по сигналам директорного прибора ДП) управления; при моделировании учитывается разброс его параметров (при его аналоговом исполнении) и, возможно, разброс крутизн источников входной информации. Параметры ВУ остаются постоянными для данной реализации, и от одной реализации к другой могут изменяться по нормальному или равной плотности законам распределения (оговаривается в техническом задании на выполнение статистического моделирования).
2. Автопилот (АП) выполняет команды ВУ, выдаваемые в виде заданных значений координаты управления. При моделировании принимаются во внимание разброс его и источников входной информации параметров; их законы распределения оговариваются в задании на выполнение моделирования, и они считаются постоянными для данной реализации захода на посадку.
3. Самолет представляет собою модель в посадочной конфигурации, причем в режиме захода на посадку может применяться как нелинейная, так и линеаризованная (особенно в случае, если скорость полета самолета достаточно хорошо стабилизирована автоматом тяги) модель. На модель самолета подается внешнее воздействие в виде ветра, имеющего “неслучайную” составляющую, с неизменными для данной реализации параметрами, и

случайную в виде случайного процесса, параметры которого определяются приведенной выше моделью ветра. Величина “сообщенного ветра”, оп­ределяющая параметры обеих составляющих, задается в виде постоянной для данной реализации случайной величины, распределенной по закону равной плотности ( в этом случае имеет место наиболее “тяжелый” расчетный случай). Очевидно, что при практической деятельности в процессе разработки САУ для режима захода на посадку вполне применим метод разделения полного движения самолета на продольную и боковую составляющие, и возможно исследовать их раздельно. Следует заметить, что опыт статистического моделирования систем захода на посадку, как отечественный, так и зарубежный, показал, что влияние вертикальной составляющей ветра мало сравнительно с продольной, и поэтому ею нередко пренебрегают; во всяком случае для ее моделирования целесообразно по этой причине использовать модель Драйдена, более простую по сравнению с моделью фон-Кармана. Формирующий фильтр для моделирования случайной составляющей ветра приведен выше.

1. Радиотехнические средства посадки (РТС) формируют кинематические соотношения положения самолета относительно поверхности ВПП и вырабатывают сигналы отклонения самолета от равносигнальных зон (РСЗ) радиомаяков. Модель РТС отражает следующие особенности реальных РТС:

-разброс крутизны выходного сигнала глиссадного ГРМ и курсового (КРМ ) радиомаяков, в первом приближении распределенные по нормальному закону с СКО, равными 8.3% и 5.7% для ГРМ и КРМ соответственно,

-искривление РСЗ маяков в [5] рекомендовано имитировать случайным процессом с распределением по закону равной плотности и формирующим фильтром первого порядка в виде:

Ф(а> )=а г,к/(0.5р+1) где:

для ГРМ

f 0.0175 при1л>7км

стгН 0.0115+0.001 (Li-1) при 1км<1л<7км [ 0.0115 при!л<1км

1л[км] - текущее расстояние от места установки ГРМ.

и для КРМ

f 0.0175 при1л>7км

сткИ 0.00283+0.00244 (Li-1) при 1км<П<7км [ 0.00283 при Li< 1км

Хотя на рис.5 показаны несколько генераторов “белого” шума (ГБШ), при моделировании возможно использовать один при отборе информации из него в определенной последовательности, особенно, если статистическое моделирование выполняется на цифровой вычислительной технике; в этом случае имеются ГБШ, выдающие сигналы, распределенные по нормальному и равной плотности законам. Заметим, что формирующие фильтры (ФФ) для раз­ных элементов системы различны.

Статистическое моделирование в настоящее время выполняется с помощью САПР, которыми оснащены практически все достаточно серьезные фирмы. Наиболее распространенной САПР в авиационной промышленности является САПР “ДИНАМИКА” разработки ЦАГИ. В этой САПР нами разработаны стандартные блоки, являющиеся моделями приведенных на рис. 5 блоков, а также модели внешних воздействий в виде приведенных выше моделей ветра.

При разработке систем автоматизации захода самолета на посадку приходится решать в основном две задачи:

1.Определение показателей точности выполнения маневра на предмет сравнения с заданными величинами допустимых ошибок.

1. Подтверждение выполнения требования к допустимой вероятности ухода на повторный заход по причине, связанной с САУ (превышение допустимого значения ошибки, отказ элементов САУ и т.д.).

В настоящее время решение первой задачи трудностей, как теоретических, так и технических не представляет. По существу ее решение сводится к накоплению необходимого количества реализаций заходов на посадку при следующих воздействиях и условиях:

-ветровое воздействие в соответствии с приведенной выше моделью; при этом, напомним, величина сообщенного ветра U задается как постоянное для данной реализации значение случайной величины, а турбулентная составляющая - в виде случайного процесса,

-разбросах крутизн ГРМ и КРМ и соответствующих бортовых приемников, задаваемых как постоянные для каждой реализации значения случайной величины,

-разбросах параметров САУ, задаваемых как постоянные для каждой реализации значения случайных величин; какие параметры и по каким законам распределения следует при этом задавать, определяется особенностями конкретной задачи. Следует иметь в виду, что количество этих параметров практически не ограничено и мало влияет на затраты машинного времени.

По опыту исследований подобных систем для решения задачи с доверительной вероятностью (3=90% и доверительным интервалом 20% достаточно накопить 50 - 60 реализаций.

ПРИМЕЧАНИЕ: Современные САУ, обеспечивающие автоматический заход самолета на посадку, как правило, не имеют в своем составе несимметричных нелинейных элементов, могущих привести к появлению на выходе системы ненулевого математичческого ожидания ( напомним, что модель турбулентной составляющей ветра имеет нулевое математическое ожидание). Однако, дело могла бы “испортить” “неслучайная” составляющая ветрового воздействия, но ошибку от нее можно исключить, обеспечив соответствующий порядок астатизма системы на это воздействие.

Обработка результатов моделирования сводится к следующему:

-строго говоря, необходимо определить по приведенным выше формулам оценки математического ожидания и СКО выходных параметров системы, заданных как контрольные в ТЗ на систему (угловые отклонения ег и 8К и линейное вертикальное отклонение самолета от глиссады планирова­ния ), определить закон распределения этих величин и, построив кривые их распределения, определить вероятность выхода расчетных величин за заданные пределы; здесь следует иметь в виду, что, как известно, выходные координаты систем, подверженных влиянию случайного разброса многих параметров и воздействий (как это и имеет место в нашем случае), имеют нормальный закон распределения, что существенно облегчает задачу определения указанной вероятности,

-воспользовавшись тем, что, как правило, формулировка требования к точности в ТЗ дается в виде “ошибка не должна превышать заданного значения с вероятностью 95% (26)”, можно (и так обычно и делается с согласия заказчика), используя величину, данную в скобках, ограничиться определением только величины СКО, которая и сравнивается с заданным значением,

-значение СКО определяется для нескольких сечений процесса, соответствующих нескольким значениям высоты полета самолета (см.выше формулировку требований к системе), чем, напомним, обработка случайного процесса сводится к обработке ряда случайных величин.

Решение второй задачи имеет некоторые особенности, заложенные, по существу, в ее формулировке. Прежде, чем приступить к ее решению, введем понятие “непосадочного” захода. В самой общей формулировке “непосадочным” является такой заход на посадку, в котором на высоте принятия решения (это - высота полета самолета при заходе на посадку, на которой летчик должен установить надежный визуальный контакт с поверхностью ВПП) летчик должен определить возможность завершения процесса посадки вручную и принять решение о посадке самолета или уходе на повторный заход. Естественно, для технических целей необходима математическая формулировка этого понятия. Нами для этих целей была такая формулировка предложена в виде:

заход на посадку считается “посадочным” , если на высоте принятия решения Нпр=30м выполняются все следующие условия:

-отклонение от самолета РСЗ маяков РТС посадки не превышает 75 мка, -воздушная скорость полета самолета изменяется не более, чем на 9.3км/час, если она стабилизируется автоматом тяги; но в любом случае она больше Vmin,

-кабина летчика находится в пределах ±0.5 ширины ВПП от ее осевой

линии.

Очевидно, что, если хотя бы один из указанных параметров выйдет за эти пределы, заход считается “непосадочным”.

Из сказанного следует первая особенность этой задачи: при ее решении накапливается информация не о ВЕЛИЧИНАХ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ, а о КОЛИЧЕСТВЕ ФАКТОВ ПРЕВЫШЕНИЯ ХОТЯ БЫ ОДНИМ ИЗ ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СВОЕГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ.

В требованиях ICAO допустимая вероятность ухода на повторный заход равна 1/20. В качестве причин, приводящих к необходимости ухода на повторный заход, упоминаются: значительные изменения видимости, отказы аппаратуры, ошибки САУ. Расчет достигнутой в системе вероятности ухода на повторный заход выполняется поканально, и для этого заданное значение допустимой вероятности распределяется между ее причинами, как показано на рис.6.

ПРИМЕЧАНИЕ: Это распределение допустимой вероятности носит несколько волевой характер, но выполнить его достаточно точно теоретически не удается: трудно придать составляющим точные значения их весов.

Вер. ухода 1/20

Ошибки управл. ivD^J

(0)

Боковой /"Т\ канал (JV90)

Ошибки

стаб.У

Рис. 6

Расчет достигнутого системой значения вероятности, например, в продольном канале возможно выполнить следующими способами:

1. Расчет на “наихудший случай” носит существенно приближенный характер и основывается на известном выражении для вероятности суммы двух независимых (точнее - несовместных) событий в виде Pyx—Р( s г.доп, AVflOn) — P(S Г.доп)+ P(AVflon),

где: P(s г.доп) и Р(ДУд0п) вероятности превышения величинами е г и AV их допустимых значений.

Для решения задачи выполняется статистическое моделирование системы с накоплением 50-60 реализаций и, полагая величины е г и AV распределенными по нормальному закону (что недалеко от истины), определяются вероятности Р(е г.Доп) и P(AVaon) следующим образом:

-задаются значениями доверительных вероятности и интервала; как правило, достаточно доверительной вероятности 90% при доверительном интервале 20% (вообще говоря, эти величины согласовываются с заказчиком), -рассчитывается оценка математического ожидания и СКО, например, величины £ г,

-к полученному значению оценки математического ожидания ш’ добавляется абсолютная величина доверительного интервала в сторону увеличения т’ (см рис.7), рассчитанная по приведенной на рис.7 формуле,

-полагая величину ег распределенной по нормальному закону, на полученном в результате значении m’+sp выстраивается Гауссова кривая с рассчитанной выше оценкой СКО,

/5=0.9 £„=1.6431/1

Рис. 7

-площадь заштрихованной на рис.7 области Гауссовой кривой определяет искомую вероятность; напомним, что для нормального закона распределения эта вероятность легко определяется по соответствующим таблицам,

-для отклонения воздушной скорости полета расчет выполняется аналогично,

-по приведенной выше формуле рассчитывается суммарная вероятность. Если в результате расчета получается:

Р ух.расч^Рух.доп,

то задачу можно считать решенной.Если же - нет, то необходимо выполнить более точный расчет:

1. Расчет Рух по частоте наступления “непосадочной” ситуации, заключающийся в следующем:

-рассматривается событие “выход параметров за пределы заданных интервалов в п опытах”; оно относится к т.н. редким событиям (редкими считаются события, вероятность появления которых не превышает 0.1),

-известно, что вероятность появления таких событий распределяется по закону Пуассона:

Pm=am xexp(-a)/m!,

где:Рт - вероятность того, что в п реализациях интересующее событие наступит ровно m раз, а=пхРух - для нашего случая.

-для случая, когда в п реализациях событие, имеющее вероятность наступления Рух, не наступит ни разу (т.е.т=0), имеем:

Русп=ехр(-пхРух),

где: Русп - вероятность успешного захода (не наступила непосадочная” ситу ация).

-определяется минимальное число реализаций из условия, что ни в дной из них “непосадочная” ситуация не возникает из следующих соображений: при доверительной вероятности и максимальной величине Рух имеет место соотношение:

exp(nxPyx.max)=l-p

откуда

Pyx.max=-ln(l-P )/nmin

и минимальное число реализации (опытов) равно nmin=-ln(l- P)/Pyx.max

-последнее выражение интерпретируется следующим образом: если в n=nmm реализациях ни разу не наступила “непосадочная” ситуация, то с доверительной вероятностью р подтверждается тот факт, что вероятность ухода на повторный заход, обеспечиваемая системой, не превышает величины Рух.тах. Например, для продольного канала для Рух=1/45 и р=0.9 получим: n.min— ln(1-0.9)/(1/45)= 104.

ПРИМЕЧАНИЕ: Напомним, что при выполнении статистического моделирования в этом случае определяется число реализаций, в которых вышла за допустимые пределы хотя бы одна из величин: s г и ДУ.

Если в процессе статистического моделирования “непосадочных” ситуаций действительно не наступило, то задачу можно считать решенной. Если же при этом наступила хотя бы одна “непосадочная ситуация”, тогда решение задачи несколько усложняется и приходится определять величину Рух через частоту события. Для этогр:

1. Расчет потребного числа реализаций для подтверждения достижения в системе требуемой величины Рух в соответствии с [3] определяется по выражению:

nmin=tp 2(1-Рух)/ а2 хРух,

где: а - относительное значение доверительного интервала.

Отсюда для доверительной вероятности 90% (tp =1.643) и оверительного интервала 20% (а =0.2) имеем

Птш=1.6432(1 - 1/45)/[(0.22)х (1/45)]=2970 и частота события равна Рух.расч=т/п,

Где :т - число “непосадочных” заходов, каковая и сравнивается с заданным значением Рух. Если получается, что Рух.расч>Рух, то разрабатываемая система бракуется.

Полученное потребное количество реализаций достаточно велико, чтобы понудить к поиску менее громоздкого метода получения требуемого решения. В этом случае годится довольно известный в теории надежности метод последовательных испытаний, приведенный, например, в [6].

Суть метода последовательных испытаний состоит в следующем (см.рис.8, на котором приведен график последовательных испытаний для

100

5 6

4

N выбросов

доверительной вероятности 90% и подтверждаемой вероятности 1/45):

-выполняется статистическое моделирование и считаются количество реализаций и появления “непосадочных” ситуаций,

-если по достижении 104 реализаций не наступила ни

одна “непосадочная” ситуация, эксперимент считается законченным, а искомая вероятность - подтвержденной (сравните с изложенным выше!),

-если наступила одна “непосадочная” ситуация, то эксперимент продолжается до момента, когда наберется 176 реализаций и, если второй “непосадочной” ситуации не наступило, то эксперимент считается успешно законченным,

* и т.д.

Если эксперимент затягивается, то это говорит о том,

что разработанная система, повидимому, не сможет удовлетворить требованию на допустимую величину вероятности ухода на повторный заход.

ПРИМЕЧАНИЕ: В первом и третьем случаях, по существу полагается, что вероятность Рух.расч=Рух, и она подтверждается путем статистического моделирования. Во втором случае величина Рух.расч считается неизвестной и определяется по значению полученной по результатам статистического моделирования частоты события. Расчет потребного количества реализаций служит для обеспечения получения результата с заданными доверительными вероятностью и интервалом. В этом случае, если система спроектирована неудачно, вполне может получиться, что, выполнив довольно громоздкое моделирование, получим неудовлетворительную оценку системы, и весь труд окажется затраченным впустую. Поэтому, хотя второй вариант и дает более точные результаты, на практике им пользуются весьма редко.

ЛИТЕРАТУРА

1. DESIGN GUIDANCE. Air Transport Automatic Flight Control System. ARINC Report No 417 April 9,1971.
2. ГОСТ 15826 -70 - 5828-70. Системы радиомаячные метрового и дециметрового диапазонов второй категории инструментального захода самолетов на посадку. Москва, 1970.
3. Е.С.Вентцель. Теория вероятностей. Издательство НАУКА.Москва

1964г.

1. Ю.П.Доброленский. Динамика полета в неспокойной атмосфере. Издательство “Машиостроение”, Москва 1969г.
2. JAR-AWO. Единые Западо-Европейские Нормы Летной Годности ЕЗЕНЛГ-ВП. Всепогодные полеты.
3. Д.Ллойд,М.Липов. Надежность. Издательство “Советское радио” Москва, 1964г.